



TITLE:

平衡超伝導電流に働くローレンツ力とそのホール係数(<シリーズ>超伝導・超流動研究の接点)

AUTHOR(S):

北, 孝文

---

CITATION:

北, 孝文. 平衡超伝導電流に働くローレンツ力とそのホール係数(<シリーズ>超伝導・超流動研究の接点). 物性研究 2009, 92(5-6): 428-437

ISSUE DATE:

2009-08-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/169145>

RIGHT:

# 平衡超伝導電流に働くローレンツ力とそのホール係数

北海道大学 理学部 北 孝文<sup>1</sup>

(2009 年 6 月 26 日受理)

荷電粒子に働くローレンツ力は自然界における基本的な力の一つであり、金属や半導体ではホール効果を引き起こす。しかし、超伝導状態のローレンツ力とそれが引き起こす効果については未解明の点が多い。この理由の一つとして、標準的なギンツブルグ-ランダウ方程式とアイレンバーガー方程式においてローレンツ力が欠落していることが挙げられる。ここでは、ローレンツ力を適切に取り込むように拡張したアイレンバーガー方程式を用いて、熱平衡超伝導電流のホール係数を理論的に計算した結果を報告する。ローレンツ力は巨視的反磁性電流である超伝導電流に対しても働き、それを相殺するホール電場を超伝導体内に誘起する。対応する熱平衡ホール係数の理論的表式を、フェルミ面とエネルギー・ギャップの異方性を同時に考慮して導出した。それによると、有限温度で芳田関数を通して現れる準粒子励起の異方性によりホール係数は温度の関数として変化し、顕著な場合には符号を変えることもある。この熱平衡ホール係数の符号反転は、高温超伝導体などで観測できる可能性がある。

## 1 はじめに

電磁気学によると、電磁場中を運動する荷電粒子にはローレンツ力

$$\mathbf{F} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B} \quad (1)$$

が働く。ここで  $\mathbf{E}$  は電場、 $\mathbf{B}$  は磁束密度、 $e$  と  $\mathbf{v}$  はそれぞれ荷電粒子の電荷と速度、また  $c$  は光速である。ローレンツ力は自然界における基本的な力の一つであり、特にその磁場依存部分  $\mathbf{F}_{\text{mag}} \equiv \frac{e}{c}\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  は荷電粒子の軌道を曲げる特異な働きをする。金属や半導体におけるホール効果はローレンツ力の最も顕著な現れのひとつであろうか。図 1(a) に示すように過途状態において磁場により軌道を曲げられた電子は金属表面に次第に蓄積し、図 1(b) のように  $\mathbf{E}_H \equiv -c^{-1}\langle \mathbf{v} \rangle \times \mathbf{B}$  のホール電場が生じるに至って定常状態となる。ここで  $\langle \mathbf{v} \rangle$  は外部電場に起因する電子の平均速度である。このようにして外部電場に垂直方向の力は最終的に相殺される。

Einstein [1] は 1905 年に出版された有名な特殊相対性理論の論文の中でローレンツ力に言及し、その磁場依存部分  $\mathbf{F}_{\text{mag}}$  が静電場中の力  $e\mathbf{E}$  からローレンツ変換によって自然に導かれることを示している。この指摘により磁気ローレンツ力が荷電系一般に存在する普遍的な力であることが明

<sup>1</sup>E-mail: kita@phys.sci.hokudai.ac.jp

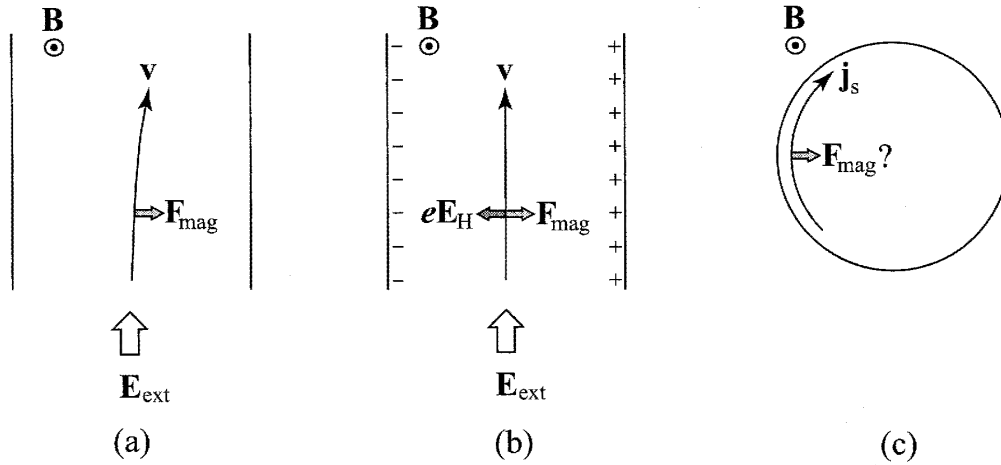


図 1: (a) 磁場下にある金属に外部電場  $E_{\text{ext}}$  をかけた直後。簡単のため正孔 ( $e > 0$ ) の運動を考える。正孔は磁気ローレンツ力  $F_{\text{mag}} \equiv (e/c)\mathbf{v} \times \mathbf{B}$  により軌道を曲げられる。(b) 磁場下にある金属に外部電場  $E_{\text{ext}}$  をかけた場合の定常状態。表面にたまった電荷により金属中にホール電場  $E_H$  が誘起され、平均として磁気ローレンツ力  $F_{\text{mag}}$  を相殺する。(c) 超伝導マイスナー状態。表面を遮蔽電流  $j_s$  が定常的に流れている。磁気ローレンツ力  $F_{\text{mag}}$  は作用するか？もし作用するなら、何によって相殺される？

らかになったと言えよう。従って磁気ローレンツ力は超伝導状態においても存在するはずであり、特に、巨視的反磁性電流である超伝導電流にも作用してその流れに影響を与えるであろうと予想される。例えばマイスナー状態において表面を流れる遮蔽電流にも  $F_{\text{mag}}$  は作用するであろう (図 1(c) 参照)。

しかし、超伝導状態におけるローレンツ力とそれが引き起こす効果に関する我々の理解は極めて乏しい。その原因の一つに、不均一な超伝導体を理論的に記述する際の標準的道具であるギンツブルグ-ランダウ方程式と準古典アイレンバーガー方程式において、ローレンツ力が欠落している点が挙げられる。すなわち、超伝導状態のローレンツ力を記述する術がなかったのである。これは、ギンツブルグ-ランダウ方程式と準古典アイレンバーガー方程式の微視的導出と密接に関連している。これらの方程式はゴルコフ方程式にウィグナー変換を施して変数をひとつ消去することにより得られるが、その際、重心座標に関するゲージ不変性を適切に考慮しないとローレンツ力が得られない。筆者は 2001 年にこのことに気づき、ローレンツ力を含む拡張された準古典方程式を導いた [2]。この準古典方程式でペア・ポテンシャルを 0 にする極限をとると、ローレンツ力を含む正常状態のボルツマン方程式が再現される。すなわち、正常状態と超伝導状態を、ローレンツ力を取り込んで統一的に取り扱うことが可能になったのである。

このような状況から推測されるように、超伝導状態におけるローレンツ力とホール効果に関する我々の理解は、現象論的レベルに止まっている。以下では、まずその歴史を振り返り、理論と実験の現状を明らかにしよう。ついで、拡張された準古典方程式を用いて、熱平衡超伝導電流に働くローレンツ力がホール電場を誘起することを示し、対応するホール係数の表式を導出する [3]。そこでは、ホール係数の議論に不可欠なフェルミ面の異方性と共に、これまでの研究では全く考

慮されてこなかったエネルギー・ギャップの異方性の効果も取り込むことにする。二つの異方性の相乗効果により、ホール係数が温度の関数として大きく変化し、符号反転も起こりうることが明らかになる。

ちなみに次の事を指摘しておこう。超伝導体のホール効果に関しては、量子渦の流れを伴う抵抗状態での研究がより盛んである。実験的には、温度もしくは磁場の関数としてホール係数の符号が変化する事が高温超伝導体などで観測されている [4]–[10]。一方理論的には、現象論的なバーディーン-シュテファン・モデル [11] やノジエール-ヴァイネン・モデル [12]、あるいは時間依存ギンツブルグ-ランダウ (TDGL) 方程式 [13, 14] がその解析に用いられてきた。しかし、量子渦の運動が伴う分、熱平衡状態よりも理論的扱いが遥かに難しくなる。さらに、これらのモデルや方程式では、正常状態のホール係数の符号を決める重要な要素であるフェルミ面の詳細や、高温超伝導体で明らかになったエネルギー・ギャップの異方性の効果は取り込まれていない。より簡単な熱平衡状態におけるホール係数の性質を理論的に明らかにする事で、量子渦の運動を伴う動的ホール係数の研究にも新たな視点が提供できるものと考えている。

## 2 これまでの理論研究

F. London (1950 年) [15] は超伝導体に対する現象論的方程式を提出し、その中にローレンツ力が必要不可欠な要素として取り込んだ。それによると、熱平衡超伝導電流  $\mathbf{j}_s \equiv n_s e \mathbf{v}_s$  は

$$\mathbf{E} = \frac{m}{2e} \nabla v_s^2 = \frac{1}{n_s e c} \mathbf{B} \times \mathbf{j}_s, \quad (2)$$

のホール電場を誘起してローレンツ力を相殺する。ここで  $e < 0$  は電子の電荷、また  $n_s$  は超流動密度である。二番目の式はロンドン方程式  $\nabla \times \mathbf{v}_s = -(e/mc)\mathbf{B}$  と条件  $(\mathbf{v}_s \cdot \nabla)\mathbf{v}_s = \mathbf{0}$  を用いて得られる。この二番目の表式における  $(n_s e c)^{-1}$  はホール係数にほかならず、 $n_s$  の効果により低温から  $T_c$  に向かって発散的に振る舞う。つまりこの式によると、ホール係数の測定により超流動密度  $n_s$  を評価できることになる。

一方 van Vijfeijken と Staas (1964 年) はローレンツ力を含む現象論的な二流体方程式を提出した [16]。それによると (2) 式は以下のように変更される。

$$\mathbf{E} = \frac{n_s}{n} \frac{m}{2e} \nabla v_s^2 = \frac{1}{n e c} \mathbf{B} \times \mathbf{j}_s, \quad (3)$$

ここで  $n$  は電子密度である。このホール係数  $(n e c)^{-1}$  は正常状態と同じ値を持っており、温度変化もない。以上二つの理論は自由電子モデルに基づいている。

しかし、金属のホール係数の大きさと符号には、フェルミ面の形状が決定的に重要な役割を果たしている。その効果を取り込む事は Adkins と Waldram (1968 年) により行われた [17]。彼らは、(2) 式と (3) 式の  $\mathbf{v}_s$  を用いた表式が流体力学のベルヌーイ・ポテンシャルに由来する事に注目し、非等方的フェルミ面から構成される  $T = 0$  のクーパー対が、一様超流動流  $\mathbf{v}_s$  の下でどのような変更を受けるかを考察した。その結果、 $T = 0$  のホール係数が正常状態と同じ符号と大きさを持つことを明らかにした。

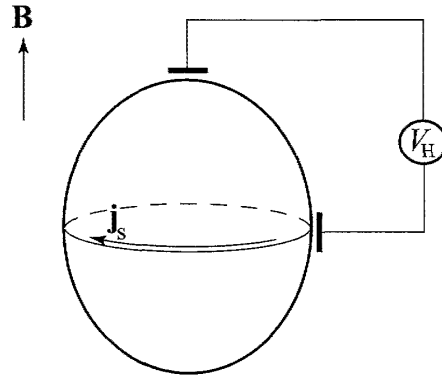


図 2: マイスナー状態におけるホール電圧のケルビン法による測定 (概念図)。回転楕円体の試料を磁場に平行に配置し、一方の極と赤道上の一点との間の電位差をコンデンサーで非接触的に検出する。(2) 式と (3) 式はホール係数  $R_H$  を用いて統一的に  $\mathbf{E} = R_H \mathbf{B} \times \mathbf{j}_s$  と表せる。この式にマクスウェル方程式  $\nabla \times \mathbf{B} = (4\pi/c)\mathbf{j}_s$  と条件  $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{B} = \mathbf{0}$  を用いると、磁場侵入長に較べて十分大きい試料では、赤道上の試料表面と試料中心点との間に  $V_H = cR_H(B^2/8\pi)$  の電位差が生じることが結論づけられる。試料中心点と極の電位は同じ。

その後 Hong (1975 年) および Omel'yanchuk と Beloborod'ko (1983 年) により、一様超流動流下におけるベルヌーイ・ポテンシャルの微視的研究が、自由電子模型のゴルコフ方程式を用いて行われている [18, 19]。

しかし、有限温度においてフェルミ面形状効果を取り込んだ熱平衡ホール係数の微視的考察は、これまで行われてこなかった。また、超流動  $^3\text{He}$  や高温超伝導体の発見以降に研究が盛んになったエネルギー・ギャップの異方性の効果は、これまで全く考慮されていない。

### 3 これまでの実験的研究

熱平衡超伝導電流は巨視的反磁性電流であり、そこには必ず有限の磁場が伴っている。従って磁気ローレンツ力も存在するはずであり、そのローレンツ力を相殺する場としてホール電場が誘起されると期待するのは極めて自然である。熱平衡超伝導電流に伴うホール電場を観測しようとする実験は、早くも 1914 年に Onnes と Hof [20] により、マイスナー状態において行われている。しかし、彼らは有限のホール電場を観測できなかった。その後、再実験が Lewis (1953 年) [21] および Jaggi と Sommerhalder (1959 年) [22] に行われたが、いずれもホール電場の存在には否定的結果であった。これら初期の実験は、いずれも接触型電圧計を用いて行われた。

しかし、試料との直接接触を通じて電圧計で計測されるのは、異なる接触点間の化学ポテンシャルの違いであり、試料内で化学ポテンシャルが一定であるはずの熱平衡状態では、ホール電場の有無にかかわらず、電圧計はゼロを指すはずである。この事は Hunt (1966 年) [23] および Nozières と Vinen (1966 年) [12] により独立に指摘された。

この指摘を受けて、非接触型ケルビン法を用いたホール電圧の測定が Bok と Klein (1968 年) [24] により行われた。実験配置の概略を図 2 に示した。より具体的には、測定は Pb ( $T_c = 7.2\text{K}$ ) を用

いて 4.2K で行われ、マイスナー状態において有限のホール電圧が初めて確認され、その磁場依存性が (2) 式とよく一致することが報告された。ちなみに 4.2K の Pb では (2) 式と (3) 式の差はほとんど現れない。ついで Morris と Brown (1971 年) [25] は、ベルヌーイ・ポテンシャルの温度依存性を詳細に調べる実験を Pb を用いて 1.5K から  $T_c$  直上まで行い、(3) 式との良い一致を報告した。

なお、Bok と Klein および Morris と Brown の研究は、超伝導研究の集大成とされる Parks 編の “Superconductivity” (Dekker, New York, 1969) には未だ言及されていない。そこでは、主に接触型電圧計を用いた初期の実験のみが取り上げられ、また、ローレンツ力を相殺する機構としてホール電場のほかに応力テンソルの可能性にも触れられている [11]。しかし上記のように、その後の研究で、ローレンツ力がホール電場により相殺されている事は確立されたと見なしてよいであろう。

しかし、測定されたのは主に Pb のみである。熱平衡超伝導電流に伴うホール電場の存在、および熱平衡超伝導電流のホール係数と正常状態のホール係数との関係を確立するには、より公汎な試料に対して温度変化も含めた詳細な研究を行う事が必要であろう。とくに、エネルギー・ギャップの異方性が顕著な物質群に対してホール係数を測定する事は、以下で述べるように大変興味深い研究テーマである。

#### 4 拡張されたアイレンバーガー方程式

超伝導の準古典方程式は、ギンツブルグ-ランダウ方程式の低温・高磁場領域への拡張となっており、アプリコソフ格子などの非均一な超伝導体を理論的に扱うために必須の道具である。微視的には、ゴルコフ方程式にウィグナー変換を行い、次いでエネルギー積分を実行して変数を一つ消去することにより準古典方程式が得られる。この導出法は、Kadanoff と Baym [26] によって発展させられたダイソン方程式からの輸送方程式の導出法とほぼ同じで、ただ消去する変数が異なるのみである。準古典方程式の中で、松原形式を用いた熱平衡状態の場合が Eilenberger (1968 年) [27] により最初に導かれ、その方程式はアイレンバーガー方程式とも呼ばれる。その後、Eliashberg (1971 年) [28] および Larkin と Ovchinnikov (1975 年) [29] により、ケルディシュ形式を用いて非平衡系の時間発展を記述できるように拡張された。準古典方程式の詳細に関しては、Serene と Rainer (1983 年) によるレビュー記事を参照されたい [30]。

しかし、準古典方程式の標準的導出法では、ローレンツ力が出てこないという問題点があった。これは、ウィグナー変換の際に重心座標に関するゲージ不変性を適切に処理していないためである。この点を改良すると、ローレンツ力を有する準古典方程式が得られる [2]。簡単のため、スピン 1 重項のクーパー対、クリーン・リミット、かつ熱平衡状態の場合の場合を考えると、ローレンツ力を含む準古典方程式は、ケルディシュ形式を用いて以下のように表せる。

$$\left[ \varepsilon \hat{\tau}_3 - \hat{\Delta}, \hat{g}^{R,K} \right] + i\hbar \mathbf{v}_F \cdot \partial \hat{g}^{R,K} + \frac{i\hbar}{2} \left[ e \mathbf{v}_F \cdot \mathbf{E} \frac{\partial}{\partial \varepsilon} + \frac{e}{c} (\mathbf{v}_F \times \mathbf{B}) \cdot \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_F} \right] \{ \hat{\tau}_3, \hat{g}^{R,K} \} = \hat{0}. \quad (4)$$

ここで  $\hat{g}^{R,K} = \hat{g}^{R,K}(\varepsilon, \mathbf{p}_F, \mathbf{r})$  は準古典グリーン関数の遅延 (R) 成分とケルディシュ (K) 成分で、それぞれ  $2 \times 2$  行列である。また、 $\varepsilon$  は励起エネルギー、 $\hat{\tau}_3$  は第三パウリ行列、 $\hat{\Delta} = \hat{\Delta}(\mathbf{p}_F, \mathbf{r})$  はギャッ

プ行列,  $\mathbf{v}_F$  はフェルミ速度,  $\mathbf{p}_F$  はフェルミ運動量,  $[\hat{P}, \hat{Q}] \equiv \hat{P}\hat{Q} - \hat{Q}\hat{P}$ ,  $\{\hat{P}, \hat{Q}\} \equiv \hat{P}\hat{Q} + \hat{Q}\hat{P}$  である。演算子  $\partial$  はゲージ共変性を持つ空間微分演算子で,  $\hat{g}^{R,K}$  の対角成分, (1,2) 成分, (2,1) 成分のいずれに作用するかに応じて, ベクトル・ポテンシャル  $\mathbf{A}$  を用いてそれぞれ  $\nabla$ ,  $\nabla - i\frac{2e}{\hbar c}\mathbf{A}(\mathbf{r})$ , もしくは  $\nabla + i\frac{2e}{\hbar c}\mathbf{A}(\mathbf{r})$  で定義される。先進 (A) 成分  $\hat{g}^A$  は遅延成分から  $\hat{g}^A = -(\hat{\tau}_3\hat{g}^R\hat{\tau}_3)^\dagger$  により得られる。(4) 式を時間依存性のある非平衡系へ拡張する事も容易である [2]。

(4) 式の第三項がローレンツ力を表しており, この項を落とすと標準的な準古典方程式になる。この項が存在する必然性は, 正常状態の極限  $\hat{\Delta} = \hat{0}$ ,  $\hat{g}^R = -\hat{g}^A = \hat{\tau}_3$  を考える事で理解できる。すると, (4) 式は時間微分項と衝突項のない電磁場中のボルツマン方程式に移行する。従って, このローレンツ項は電磁場を伴う非平衡現象の記述に不可欠であり, また, 以下に示すように, 平衡状態においてもホール電場を誘起する。

(4) 式は  $\hat{\Delta}$  に関する自己無撞着方程式およびマクスウェル方程式と連立させて解く必要がある。詳細は文献 [3] を参照されたい。

## 5 熱平衡ホール係数の解析的表式

(4) 式のローレンツ項は, その他の項に比べ  $\delta \equiv (k_F\xi)^{-1} \ll 1$  だけ小さい。ここで  $k_F$  はフェルミ波数,  $\xi$  はコヒーレンス長である。従って, (4) 式をローレンツ項に関して摂動展開して1次項までを残す近似が大変良い近似となる。そのようにして, 熱平衡超伝導電流  $\mathbf{j}_s$  に付随する磁気ローレンツ力がホール電場  $\mathbf{E}_H$  を誘起することを明らかにできた。このホール電場は, クリーン・リミットの第二種超伝導体の場合, 以下のように書くことができる [3]。

$$\mathbf{E}_H = \mathbf{B} \times \underline{R}_H \mathbf{j}_s. \quad (5)$$

ここで  $\underline{R}_H$  はホール係数 (テンソル) であり,  $\langle 1 \rangle = 1$  と規格化されたフェルミ面平均  $\langle \dots \rangle$  と1スピンのフェルミ面状態密度  $N(0)$  を用いて

$$\underline{R}_H = \frac{1}{2N(0)ec} \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_F} (1 - Y) \mathbf{v}_F \right\rangle \langle (1 - Y) \mathbf{v}_F \mathbf{v}_F \rangle^{-1} \quad (6)$$

と表される。ただし  $Y \equiv Y(\mathbf{p}_F, \mathbf{r}, T)$  は芳田関数で [31, 32], 松原エネルギー  $\varepsilon_n \equiv (2n+1)\pi k_B T$  とギャップ行列  $\hat{\Delta}$  の (1,2) 成分  $\Delta \equiv \Delta(\mathbf{r}, \mathbf{p}_F)$  を用いて次式で定義されている。

$$Y(\mathbf{p}_F, \mathbf{r}, T) \equiv 1 - 2\pi k_B T \sum_{n=0}^{\infty} \frac{|\Delta(\mathbf{p}_F, \mathbf{r})|^2}{[\varepsilon_n^2 + |\Delta(\mathbf{p}_F, \mathbf{r})|^2]^{3/2}}. \quad (7)$$

絶対零度で  $Y = 0$  である事を思い起こすと, (6) 式が  $T = 0$  で正常状態のホール係数

$$\underline{R}_H^{(n)} = \frac{1}{2N(0)ec} \left\langle \frac{\partial}{\partial \mathbf{p}_F} \mathbf{v}_F \right\rangle \langle \mathbf{v}_F \mathbf{v}_F \rangle^{-1}, \quad (8)$$

に一致する事がわかる。また,  $Y$  に  $\mathbf{p}_F$  依存性のない等方的エネルギー・ギャップの場合には,  $T \leq T_c$  の全領域で  $\underline{R}_H = \underline{R}_H^{(n)}$  が成立する。しかし, エネルギー・ギャップが異方的な場合には, 有限温

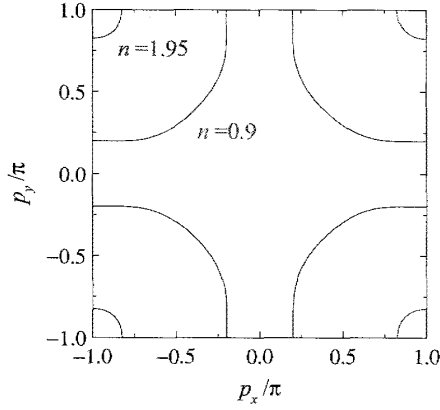


図 3: 1 格子点当りの平均電子数が  $n = 0.9$  と  $1.95$  の場合のフェルミ面。一粒子エネルギーは (9) 式。

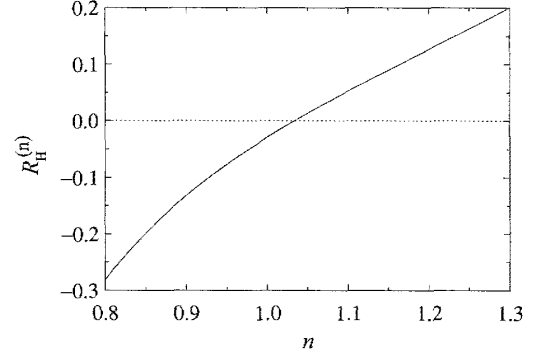


図 4: 正常状態ホール係数  $R_H^{(n)}$  のフィリング依存性。一粒子エネルギーは (9) 式。

度で  $Y$  が異方的になり、 $R_H$  に温度依存性が生じる。特に面白い効果が期待されるのは、フェルミ面で電子的な部分と正孔的な部分が拮抗し、かつエネルギー・ギャップが異方的な場合である。そのような条件が満たされるときには、温度の関数としてのホール係数が符号を反転することもありうる。以下にこの事をモデル計算で具体的に見てゆこう。

## 6 ホール係数の符号反転

フェルミ面とエネルギー・ギャップの異方性がホール係数に及ぼす影響を考察するため、高温超伝導体を念頭に置いた (6) 式のモデル計算を行った。一粒子エネルギーとしては、紺谷ら [33, 34] が高温超伝導体の正常状態ホール係数を解明するために用いた二次元正方格子モデル

$$\epsilon_{\mathbf{p}} = -2(\cos p_x + \cos p_y) + \frac{2}{3}(\cos p_x \cos p_y - 1) - \frac{2}{5}(\cos 2p_x + \cos 2p_y - 2) \quad (9)$$

を採用した。ただし格子間隔を 1 と置いた。図 3 に 1 格子点当りの平均電子数（フィリング）が  $n = 0.9$  と  $1.95$  の場合のフェルミ面を示す。拡張ゾーン形式を用いると、これら二つの場合のフェルミ面は、 $(p_x, p_y) = (\pi, \pi)$  を中心とする連結曲線で表せる。正常状態のホール係数 (8) は、結晶の主軸方向に等しい値を持ち ( $R_{Hx}^{(n)} = R_{Hy}^{(n)} \equiv R_H^{(n)}$ )、格子点当りの平均電子数が  $n_c = 1.033$  ( $\epsilon_F = -0.121$ ) でその符号を変える (図 4 参照)。

この異方的フェルミ面を持つ系に対し、エネルギー・ギャップとして  $d$  波

$$\Delta(\mathbf{p}_F, \mathbf{r}) \propto (p_{Fx} - \pi)^2 - (p_{Fy} - \pi)^2, \quad (10)$$

を仮定して、(6) 式の計算を行った。

図 3 は超伝導ホール係数  $R_H \equiv R_{Hx} = R_{Hy}$  の温度変化を、 $R_H^{(n)}$  で規格化して、 $n = 0.9$  と  $1.95$  の場合に描いたグラフである。いずれの場合にも大きな温度変化が見て取れる。特に、 $n = 0.9$  の場合には、ホール係数の符号が温度の関数として変化する事がわかる。フィリング  $n = 0.9$  は正常



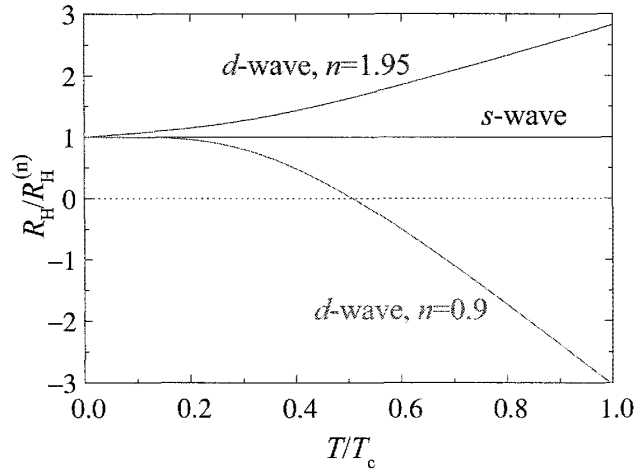


図 5: 二次元正方格子状の  $d$  波超伝導体について、熱平衡超伝導電流に伴うホール係数  $R_H$  の温度変化を、フィリング  $n = 0.9, 1.95$  の場合にプロットしたグラフ。 $R_H$  は正常状態のホール係数  $R_H^{(n)}$  で規格化してある。参考のため、 $s$  波の場合もプロットした。

状態のホール係数  $R_H^{(n)}$  が符号を変える  $n_c = 1.033$  に近く、フェルミ面は電子的な部分と正孔的な部分が競合している。この状態に、芳田関数  $Y$  で記述される有限温度における準粒子励起の異方性が重なることで、ホール係数の符号変化が起きていると解釈できる。このようなホール係数の符号変化は、正常状態のフェルミ面で電子的な部分とホール的な部分が拮抗していれば、エネルギー・ギャップの適度な異方性で起こりえる。例えばギャップがバンド毎に異なるような系でも観測可能であろう。

## 7 まとめ

熱平衡超伝導電流は巨視的反磁性電流であるという特徴を持ち、必ず磁場を伴っている。従って、電磁気学と特殊相対性理論によると、この超伝導電流には磁気ローレンツ力が働くはずである。

ローレンツ力を記述できるように拡張された準古典方程式を用いて、この力が系に及ぼす影響を理論的に調べた。その結果、磁気ローレンツ力がホール電場を誘起する事がわかった。このホール電場はケルビン法という非接触的な実験手段で検出可能である。

対応するホール係数は、絶対零度で正常状態と同じ符号・大きさを持ち、それらはフェルミ面の形状に支配される。一方、有限温度では、エネルギー・ギャップの非等方性に起因する準粒子励起の異方性が新たな要素としてホール係数に寄与する。この有限温度固有の異方性により、ホール係数に温度変化が生じる。特に、正常状態のフェルミ面で電子的な部分とホール的な部分が拮抗していれば、温度の関数としてのホール係数が符号を変えることも可能である。

超伝導体のホール係数に関しては、量子渦の運動を伴う抵抗状態の研究が盛んであり、実験的にも高温超伝導体などでホール係数の符号変化が観測されてきた [4]–[10]。しかし、従来のホール係数に関する理論研究では、量子渦の運動に焦点が置かれ、フェルミ面の異方性やエネルギー・

ギャップの異方性はほとんど考慮されてこなかった [11]—[14]。正常状態のホール係数にフェルミ面の形状が決定的に重要である事を思い起こすと、これはやや驚くべき事である。今回、フェルミ面とエネルギー・ギャップの異方性が熱平衡ホール係数に重要な寄与をする事が明らかになった事で、抵抗状態におけるホール係数の研究にも新たな展開が生じてくるものと思われる。

## 謝辞

正常状態のホール係数に関して紺谷浩氏に、また、高温超伝導体の諸性質に関して伊土政幸氏にご教示頂いた。ここに感謝する。

## 参考文献

- [1] A. Einstein, Ann. Phys. **17** (1905), 891. 日本語訳も手軽に読める。Einstein, 「相対性理論」(内山龍雄訳・解説, 岩波文庫, 1988)。
- [2] T. Kita, Phys. Rev. B **64** (2001), 054503.
- [3] T. Kita, Phys. Rev. B **79** (2009), 024521.
- [4] M. Galfy and E. Zirngiebl, Solid State Commun **68** (1988), 929.
- [5] Y. Iye, S. Nakamura, and T. Tamegai, Physica C **159** (1989), 616.
- [6] S. N. Artemenko, I. G. Gorlova, and Yu. I. Latyshev, Phys. Lett A **138** (1989), 428.
- [7] S. J. Hagen, C. J. Lobb, R. L. Greene, M. G. Forrester, and J. H. Kang, Phys. Rev. B **41** (1990), 11630.
- [8] S. J. Hagen, C. J. Lobb, R. L. Greene, and M. Eddy, Phys. Rev. B **43** (1991), 6246.
- [9] T. R. Chien, T. W. Jing, N. P. Ong, and Z. Z. Wang, Phys. Rev. Lett. **66** (1991), 3075.
- [10] J. Luo, T. P. Orlando, J. M. Graybeal, X. D. Wu, and R. Muenchausen, Phys. Rev. Lett. **68** (1992), 690.
- [11] J. Bardeen and M. J. Stephen, Phys. Rev. **140**, A1197 (1965). 次の文献も役立つ。Y. B. Kim and M. J. Stephen *Superconductivity*, edited by R. D. Parks, (Dekker, New York, 1969) Vol. 2, p. 1113.
- [12] P. Nozières and W. F. Vinen, Philos. Mag. **14** (1966), 667. Eq. (A.3) and the argument below.
- [13] H. Ebisawa, J. Low Temp. Phys. **9** (1972), 11.

- [14] A. T. Dorsey, Phys. Rev. B **46** (1992), 8376.
- [15] F. London, *Superfluids* (Dover, New York, 1961), Vol. 1, p. 56.
- [16] A. G. van Vijfeijken and F. A. Staas, Phys. Lett. **12** (1964), 175.
- [17] C. J. Adkins and J. R. Waldram, Phys. Rev. Lett. **21** (1968), 76.
- [18] K. M. Hong, Phys. Rev. B **12** (1975), 1766.
- [19] A. N. Omel'yanchuk and S. I. Beloborod'ko, Fiz. Nizk. Temp. **9** (1983), 1105 [Sov. J. Low Temp. Phys. **9** (1984), 572].
- [20] H. K. Onnes and K. Hof, Leiden Commun. **142b** (1914), 13.
- [21] H. W. Lewis, Phys. Rev. **92**, 1149 (1953); **100** (1955), 641.
- [22] R. Jaggi and R. Sommerhalder, Helv. Phys. Acta **32** (1959), 167.
- [23] T. K. Hunt, Phys. Lett. **22** (1966), 42.
- [24] J. Bok and J. Klein, Phys. Rev. Lett. **20** (1968), 660.
- [25] T. D. Morris and J. B. Brown, Physica (Amsterdam) **55** (1971), 760.
- [26] L. P. Kadanoff and G. Baym, *Quantum Statistical Mechanics* (W. A. Benjamin, New York, 1962).
- [27] G. Eilenberger, Z. Phys. **214** (1968), 195.
- [28] G. M. Eliashberg, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **61** (1971), 1254 [Sov. Phys. JETP **34** (1972), 668].
- [29] A. I. Larkin and Yu. N. Ovchinnikov, Zh. Eksp. Teor. Fiz. **68** (1975), 1915 [Sov. Phys. JETP **41** (1976), 960].
- [30] J. W. Serene and D. Rainer, Phys. Rep. **101** (1983), 221.
- [31] K. Yosida, Phys. Rev. **110** (1958), 769.
- [32] A. J. Leggett, Rev. Mod. Phys. **47** (1975), 331.
- [33] H. Kontani, K. Kanki, and K. Ueda, Phys. Rev. B **59** (1999), 14723.
- [34] H. Kontani, Rep. Prog. Phys. **71** (2008), 026501.